TP N°8: ANÁLISIS DE FUNCIONES UTILIZANDO DERIVADAS

Graficar y analizar la función utilizando derivadas:

1) $f(x) = (x+1)^2$

2) $f(x) = x^4 - 2x^2$

A continuación se desarrollará un ejemplo:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$$

- Derivar la función para hallar los puntos críticos:

$$f'(x) = \frac{1}{3}.3x^2 - 4.1$$

$$f'(x) = x^2 - 4$$

- Igualar la derivada a cero: $f'(x) = 0$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4} \to x_1 = 2$$

$$\to x_2 = -2$$

- Teniendo en cuenta los puntos críticos:

$$(-\infty; -2);\ (-2; 2);\ (2; +\infty)$$

- Elegir un valor perteneciente a cada intervalo y lo remplazamos en la derivada:

$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f'(-3) = (-3)^2 - 4 = 5$ $resultado\ positivo$ ***creciente***	Pasa De Positivo A negativo **máximo**	$f'(0) = 0^2 - 4$ $resultado\ negativo$ ***decreciente***	Pasa De Negativo a Positivo **mínimo**	$f'(3) = 3^2 - 4$=5 $resultado\ positivo$ ***creciente***

- Reemplazar los puntos críticos en la función:

$$f(-2)=\frac{1}{3}.(-2)^3-4.(-2)=\frac{16}{3}\cong 5{,}33\rightarrow\left(-2;\frac{16}{3}\right)\ punto\ máximo$$

$$f(2)=\frac{1}{3}.2^3-4.2=-\frac{16}{3}\cong -5{,}33\rightarrow\left(2;-\frac{16}{3}\right)\ punto\ mínimo$$

- Realizar la derivada segunda:

$$f''(x)=2x$$

- Igualar la derivada segunda a cero: $f''(x)=0$

$$2x=0$$

$$x=0$$

- Armar los intervalos teniendo en cuenta el/los valores anteriores:

$$(-\infty;0),(0;+\infty)$$

- Reemplazar un valor perteneciente a cada intervalo en la segunda derivada

$(-\infty;0)$	0	$(0;+\infty)$
$f''(-1)=2.(-1)=-2$ $resultado\ negativo$ $concavidad\ hacia\ abajo$	Hay cambio de Signo $punto\ de\ inflexión$	$f''(1)=2.1=2$ $resultado\ positivo$ $concavidad\ hacia\ arriba$

- Reemplazar el cero en la función:

$$f(0)=\frac{1}{3}o^3-4.0=0\rightarrow(0;0)punto\ de\ inflexión$$

- Buscar la raíces de la función:

$$\frac{1}{3}x^3-4x=0$$

$$x\left(\frac{1}{3}x^2-4\right)=0$$

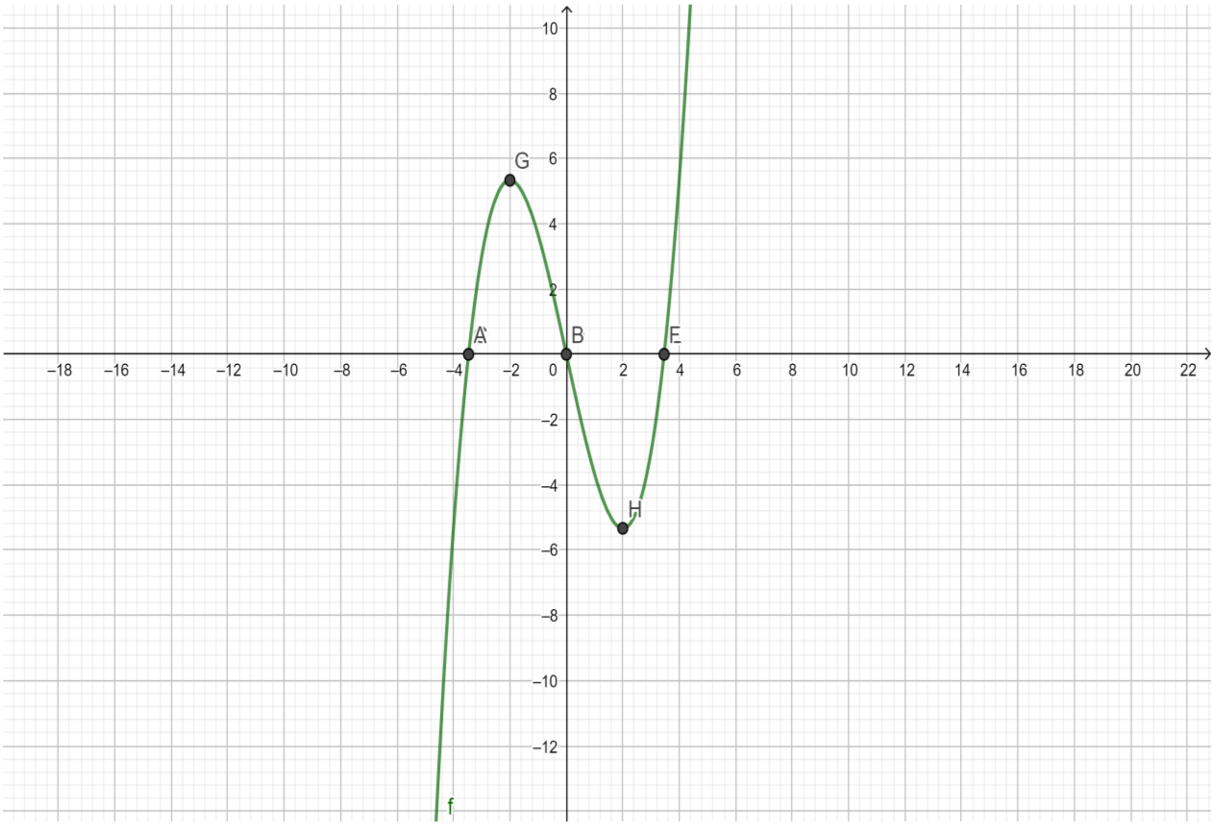
$$x=0\ \text{ó}\ \left(\frac{1}{3}x^2-4\right)=0$$

$$\frac{1}{3}x^2=4$$

$$x^2=4:\frac{1}{3}$$

$$x=\pm\sqrt{12}$$

- Graficamos utilizando los valores obtenidos anteriormente:



A, B y E son raíces
G= punto máximo
H= punto mínimo

Conclusión:

$$f_{creciente} = (-\infty; -2)U(2; +\infty)$$

$$f_{deccreciente} = (-2; 2)$$

$$f_{conc} = (-\infty; 0)$$

$$f_{conv} = (0; \infty)$$

$$Punto\ máximo = \left(-2; \frac{16}{3}\right)$$

$$Punto\ mínimo = \left(2; -\frac{16}{3}\right)$$

$$Punto\ de\ inflexión = (0; 0)$$