Propiedades de los infinitésimos

1) El producto de un infinésimo por un número real es un infinitésimo.

Ejemplo:

$$\lim_{x \to 1} (x-1) \cdot 2 = \lim_{x \to 1} (x-1) \cdot 2 =$$
$$= 0 \cdot 2 = 0$$

2) La suma de infintésimos es otro infinitésimo.

Ejemplo:

$$\lim_{x \to 0} (x + x^2) = \lim_{x \to 0} x + \lim_{x \to 0} x^2 =$$
$$= 0 + 0 = 0$$

3) El cociente entre un infinitésimo y una función que en ese punto sea $\neq 0$ es un infinitésimo.

Ejemplo:

$$\frac{\lim_{x \to 1} (x^2 - 1)}{x + 1} = \frac{0}{x+1} = 0$$

Para recordar

a) $\infty + \infty = \infty$

b) $a \pm \infty = \pm \infty$

c) $a \cdot \infty = \pm \infty \quad \forall a \neq 0$

d) $\infty^{a} = \infty \quad \forall a \in R^+$

e) $\frac{a}{\infty} = 0 \quad \forall a \neq 0$

f) $\frac{a}{0} = \pm \infty \quad \forall a \neq 0$

g) $\frac{\infty}{a} = \infty \quad \forall a \neq 0$

Alumno:	*Fecha:*	*Nota:*	*Curso:*

Ejercicio 6:

Indicar cuáles de las funciones del ***Ejercicio 5*** son infinitésimos.

Cálculo del límite de una función cuando la variable tiende a ∞

Ejemplo 1:

Dada la función $f_{(x)} = x + 1$, si se quiere calcular $\lim\limits_{x \to \infty} (x + 1)$

debemos encontrar el valor al que tiende la función cuando la variable tiende a un valor cada vez más grande

$$\lim_{x \to \infty} (x + 1) = \infty + 1 = \infty$$

Ejemplo2:

Dada la función $f_{(x)} = \dfrac{1}{x}$ calculamos:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Resumiendo: si el límite de una función cuando la variable tiende a infinito (∞) está determinado, puede dar como resultado $\pm\ \infty$ o 0

Ejercicio 7:

Calcular los límites de las siguientes funciones.

a) $\lim\limits_{x \to \infty} (x^2 + 1) =$

b) $\lim_{x \to \infty} (1 - x^3) =$

c) $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{1 + x} =$

d) $\lim_{x \to \infty} \frac{(x + 2)^2}{4} =$

e) $\lim_{x \to \infty} \frac{-4}{x + 2} =$

f) $\lim_{x \to \infty} 3 \cdot (5 + x) =$

LÍMITES INDETERMINADOS

Existen límites cuyo valor no se puede determinar llamados límites indeterminados. Los casos de indeterminación son:

a) $\frac{0}{0}$

b) $\frac{\infty}{\infty}$

c) $0 \cdot \infty$

d) $\infty - \infty$

e) 1^{∞}

f) 0^{0}

g) ∞^{0}

Alumno:	*Fecha:*	*Nota:*	*Curso:*

El numerador es un polinomio de grado menor que el denominador.

c2) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2+3}{x^3-1} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\dfrac{2\cancel{x^2}}{x^{\cancel{3}}} + \dfrac{3}{x^3}}{\dfrac{\cancel{x^3}}{\cancel{x^3}} - \dfrac{1}{x^3}}$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\overset{\nearrow 0}{\dfrac{2}{x}} + \overset{\nearrow 0}{\dfrac{3}{x^3}}}{1 - \underset{\searrow 0}{\dfrac{1}{x^3}}} = \frac{0}{1} = \boxed{0}$$

El numerador es un polinomio de mayor grado que el denominador.

c3) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{4x^5-2x+3}{x-2} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\dfrac{4\cancel{x^5}}{\cancel{x^5}} - \dfrac{2\cancel{x}}{x^{\cancel{5}4}} - \dfrac{3}{x^5}}{\dfrac{\cancel{x}1}{x^{\cancel{5}4}} - \dfrac{2}{x^5}}$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{4 - \overset{\nearrow 0}{\dfrac{2}{x^4}} - \overset{\nearrow 0}{\dfrac{3}{x^5}}}{\underset{\searrow 0}{\dfrac{1}{x^4}} - \underset{\searrow 0}{\dfrac{2}{x^5}}} = \frac{4}{0} = \boxed{\infty}$$

Ejercicio 8:

Calcular los siguientes límites indeterminados:

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2x^2-2x}{x-1}$

b) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x^2+x-2}$

x^3-27

Alumno:	Fecha:	Nota:	Curso: