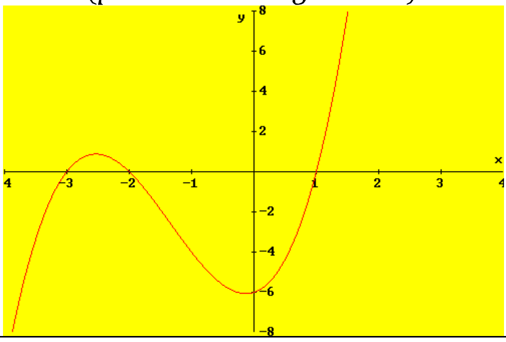
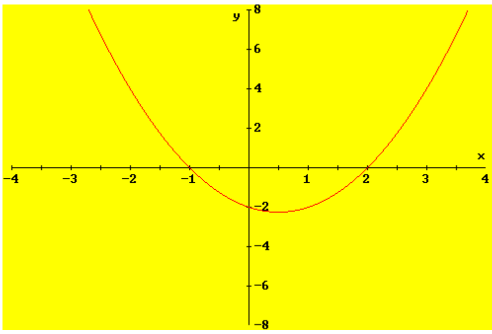
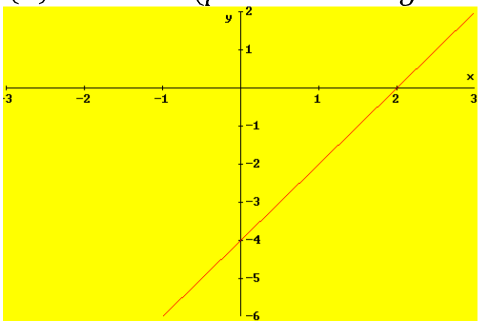
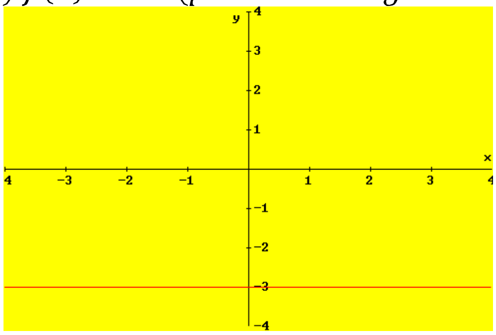
TP N°5 Funciones Polinómicas

Vamos a repasar algunos conceptos vistos en 4° año de las principales funciones y adaptar sus conocimientos al análisis matemático.
Empezaremos entonces por las funciones polinómicas, que se definen como aquellas funciones que están formadas por polinomios, son ejemplos de ellas:

$a)\ f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ $(polinomio\ de\ grado\ 3)$ 	$b)\ f(x) = x^2 - x - 2\ (polinomio\ de\ grado\ 2)$ 
$c)\ f(x) = 2x - 4\ (polinomio\ de\ grado\ 1)$ 	$d)\ f(x) = -3\ (polinomio\ de\ grado\ 0)$ 

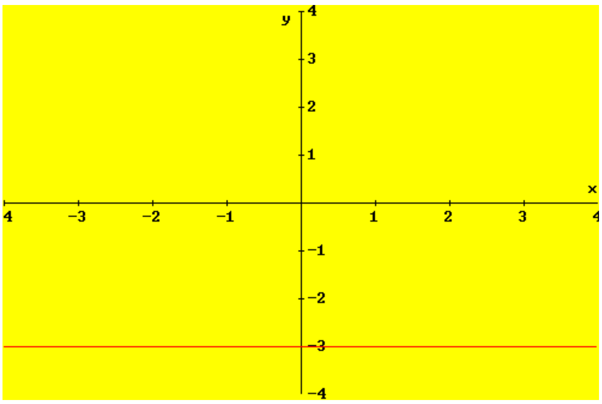
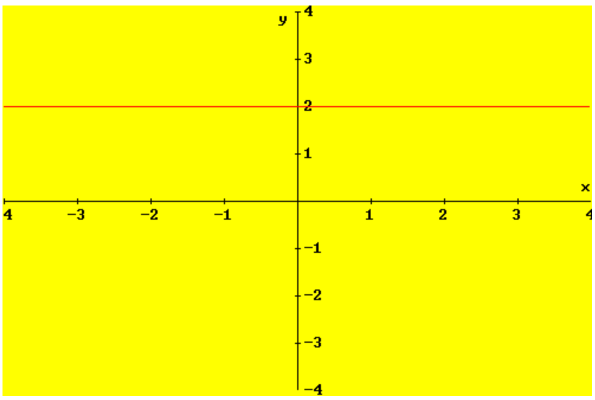
Recordemos que en las funciones polinómicas su dominio es todos los reales dado que x puede ser reemplazada por cualquier número real. $dom: \mathbb{R}$

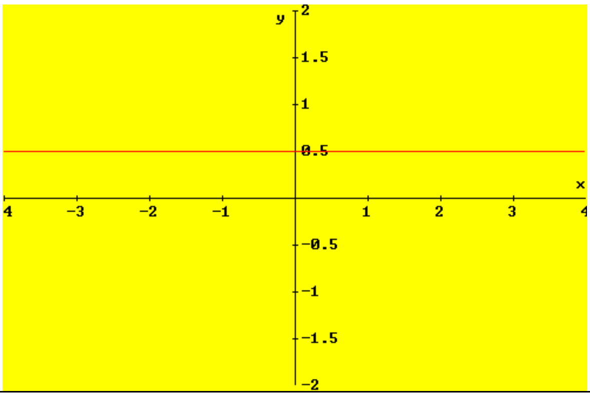
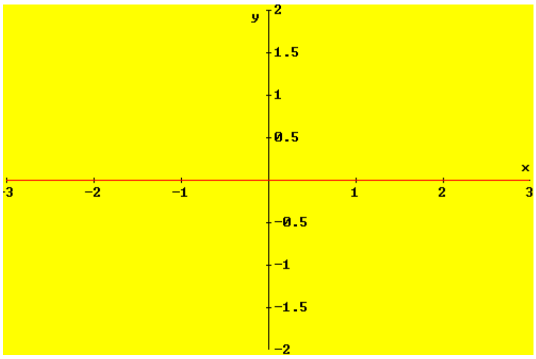
Empecemos a estudiar las particularidades de cada función polinómica:

Función constante (polinomios de grado cero)

Son aquellas funciones que se expresan de la forma f(x)=a (siendo a un número real) también podemos escribirlas como y=a.

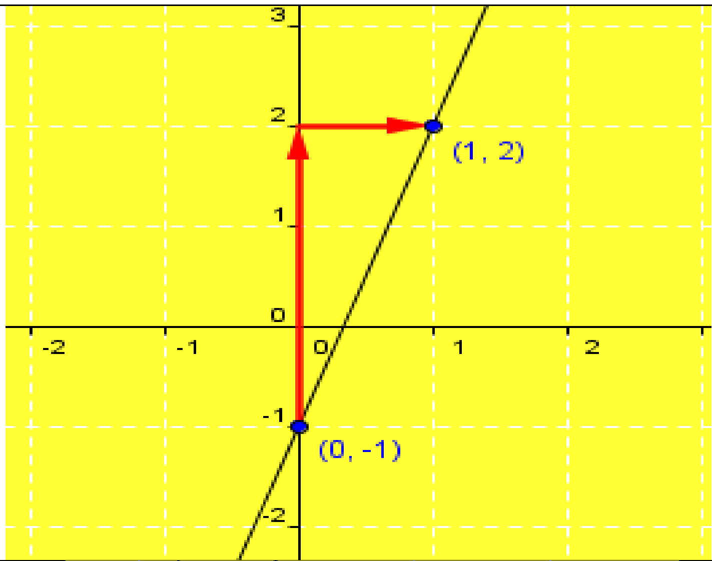
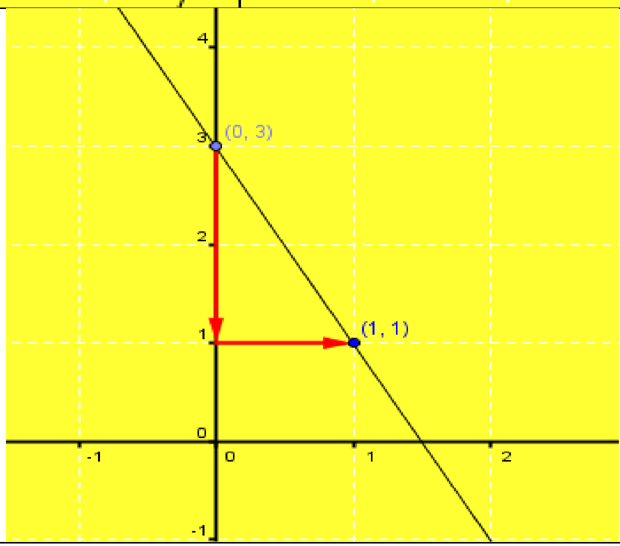
Como veremos a continuación estas funciones representan rectas paralelas al eje x que cortan al eje y en el valor dado a (a)

f(x)=-3 	f(x)=2 

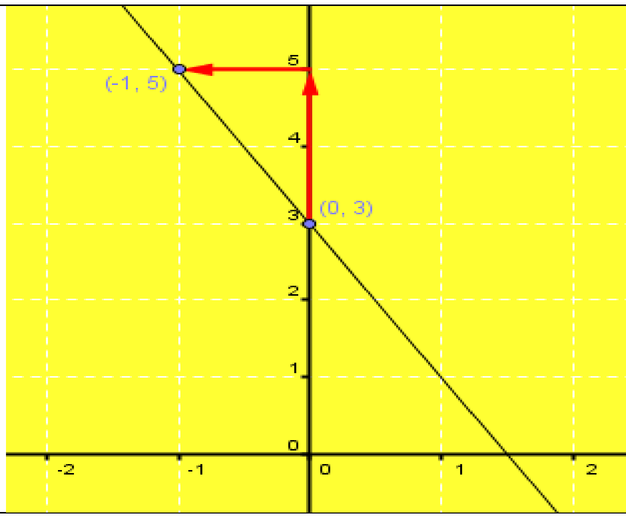
f(x)=1/2 	f(x)=0 

2) Función lineal (polinomios de grado 1)

Son aquellas funciones que se expresan de la forma f(x)=ax+b (siendo a y b un número real) también podemos escribirlas como y=ax+b y se representan siempre por una recta.
Llamaremos a (a) pendiente de la recta y a (b) ordenada al origen.
La pendiente es la encargada de dar dirección (inclinación) a la recta y la ordenada al origen es la intersección con el eje y.
Veamos unos ejemplos:

$f(x) = 3x - 1$ Para graficarla deberemos marcar primero la ordenada al origen el punto (0, -1) en los ejes cartesianos y luego pensar a la pendiente como una fracción, en este caso $a = 3$ entonces la pensaremos como $a = \frac{3}{1}$ en donde 3 será el desplazamiento en el eje y (3 unidades hacia arriba), y 1 en el eje x (1 unidad a la derecha).	
$f(x) = -2x + 3$ Para graficarla deberemos marcar primero la ordenada al origen el punto (0, 3) en los ejes cartesianos y luego pensar a la pendiente como una fracción, en este caso $a = -2$ entonces la pensaremos como $a = \frac{-2}{1}$ en donde -2 será el desplazamiento en el eje y (3 unidades hacia abajo por ser negativa), y 1 en el eje x (1 unidad a la derecha).	

Otra opción es pensarlo así:
Marcar primero la ordenada al origen el punto (0, 3) en los ejes cartesianos y luego pensar a la pendiente como una fracción, en este caso $a = -2$ entonces la pensaremos como $a = \frac{2}{-1}$ en donde 2 será el desplazamiento en el eje y (3 unidades hacia arriba por ser positiva), y -1 en el eje x (1 unidad a la izquierda por ser negativo).



Desde el análisis matemático necesitamos aprender algo más para estas representaciones utilizando métodos algebraicos.

Si observamos los gráficos anteriores notaremos que toda recta corta a los ejes x e y en un punto, y desde el concepto geométrico podríamos pensar que toda recta puede trazarse conociendo como mínimo 2 puntos de ella (justo uno es la intersección con el eje x y el otro con el eje y) veamos cómo encontrarlos.

Dada $\boldsymbol{f(x) = -\frac{3}{2}x + 3}$ graficar la función utilizando las intersecciones con los ejes.

Primero debo analizar las intersecciones con los ejes:

- Intersección eje x $(\cap\ eje\ x)$

Observa en la gráfica que en la intersección con el eje x la componente en y es cero siempre Y=0, entonces,

$-\frac{3}{2}x + 3 = y$

La escribo al revés
$y = -\frac{3}{2}x+3$

$-\frac{3}{2}x + 3 = 0$ (recordar que y =0)

$-\frac{3}{2}.x = -3$

$x = (-3).\left(-\frac{2}{3}\right)$

x =2 entonces el par (2,0) es un punto de la función

- Intersección eje y $(\cap\ eje\ y)$

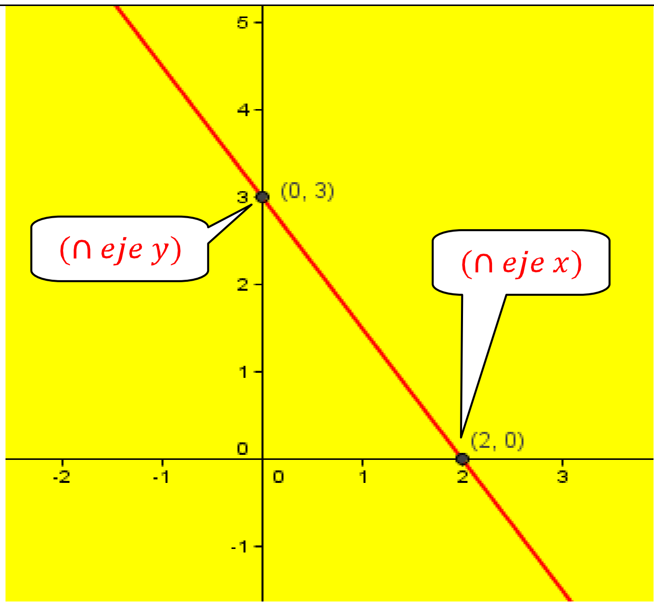
Observa en la gráfica que en la intersección con el eje y la componente en x es cero siempre x=0, entonces,

$y = -\frac{3}{2}x + 3$

$y = -\frac{3}{2}.0 + 3$

$y = 0 + 3$

$y = 3$ entonces el par (0,3) es un punto de la función



Nota: fíjense los pasos a seguir para buscar las intersecciones con los ejes, se va a repetir el procedimiento en cada función que veamos.
En este ejemplo fíjense que yo primero grafique para explicar, pero el procedimiento es al revés, se buscan las intersecciones y luego grafico.

Veamos otro ejemplo pero analizando primero intersecciones y luego graficamos:

Dada $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1$ calcular sus intersecciones y luego graficar:

<table>
<tr>
<td>

$(\cap\ eje\ x)$ *Y=0*

$-\frac{2}{3}x - 1 = 0$

$-\frac{2}{3}x = 1$

$x = 1.\left(-\frac{3}{2}\right)$

$\boldsymbol{x = -\frac{3}{2}}$

entonces $\left(-\frac{3}{2};\ 0\right)$ es un punto de la función o lo que es lo mismo
(-1,5;0)

</td>
<td>

</td>
</tr>
<tr>
<td>

$(\cap\ eje\ y)$ *x=0*

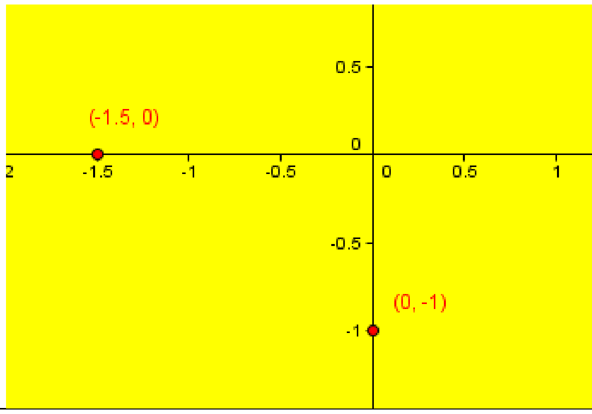
$y = -\frac{2}{3}.0 - 1$

$y = 0 - 1$

$y = -1$

Entonces (0;-1) es un punto de la función

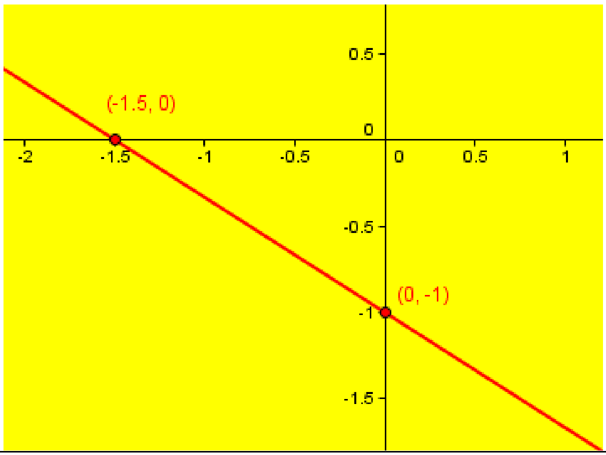
</td>
<td>



</td>
</tr>
<tr>
<td>

Ya tenemos los dos puntos que necesitamos para graficar, ahora solo debemos trazar la recta.

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

Ahora les toca a Ustedes, les dejo unos ejercicios para calcular las intersecciones y luego graficar:

a) $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$

b) $f(x) = 6x + 2$

c) $f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$

d) $f(x) = \frac{5}{4}x - \frac{5}{2}$