Hola 5° año ¿cómo están? Espero que estén bien.

# Función cuadrática

Antes de comenzar con las actividades, lean la siguiente información sobre la función cuadrática.

Toda función cuadrática se puede expresar de la siguiente forma: **f(x)** = **ax$^2$ + bx + c**, donde **a**, **b** y **c** son números reales y **a ≠ 0**. Esta forma de escribir a la función cuadrática se denomina **polinómica**.
El gráfico de una función cuadrática está formado por puntos que pertenecen a una curva llamada **parábola**. Miren el

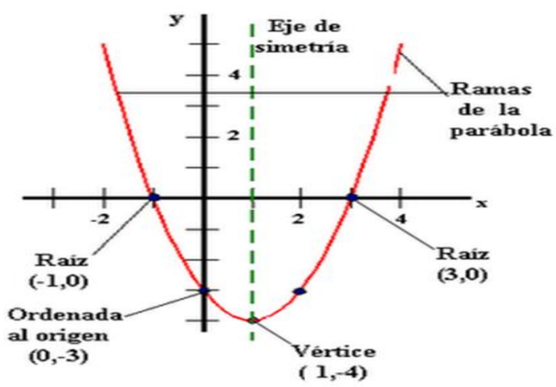



gráfico y vean los elementos que se distinguen en él.

**GRÁFICA DE LA PARÁBOLA**

Para realizar el gráfico de la parábola, f(x)= a$x^2$+bx + c, se debe hallar los siguientes elementos característicos:

- **Raíces**: las raíces o ceros de la función cuadrática son aquellos valores de **x** para los cuales la expresión vale 0. Gráficamente, las raíces corresponden a las abscisas de los puntos donde la parábola corta al eje **x**.

  Podemos determinar las raíces de una función cuadrática igualando a cero la función, **f(x)** = **0**, y así

  obtendremos la siguiente ecuación cuadrática: **ax$^2$** + **bx** +**c** = **0**

Para calcular las raíces se utiliza la siguiente fórmula:

$$\boxed{x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

donde $x_1$ y $x_2$son las raíces de la función cuadrática.

- **Ordenada al origen de la parábola**: es el punto de intersección de la parábola con el eje **y**
  Se obtiene calculando la función para $\boldsymbol{x = 0}$ **f (0) =C.**
- **Vértice:** el vértice de la parábola es un punto que está ubicado sobre el eje de simetría, cuyas coordenadas son: **V = ($x_v$; $y_v$).**
  Las coordenadas $x_v$ del vértice pueden hallarse analíticamente por las siguientes expresiones:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad \text{ó} \qquad x_v = -\frac{b}{2\ .\ a}$$

  La $y_v$ se obtiene suplantando a la $\mathbf{x_v}$ en la función. $y_v = f(x_v)$

- **Eje de simetría:** es la recta que divide a la parábola en dos ramas simétricas y su ecuación es $x = x_v$

La función cuadrática en el vértice alcanza el máximo o el mínimo valor.

Si a $>$ 0, las ramas se abren hacia arriba, la función es cóncava y en el vértice toma el mínimo valor.

Si a $<$ 0, las ramas se abren hacia abajo, la función es convexa y en el vértice toma el máximo valor.

**¿CUÁL ES EL DOMINIO Y LA IMAGEN DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA?**

El dominio de una función cuadrática está formado por todos los números reales **Dm(f) =**$\mathbb{R}$.

La imagen de una función cuadrática es:

- **Si** $f(x)$ $\boldsymbol{es\ una\ función\ cóncava} \Rightarrow Im(f) = [y_v; +\infty)$
- **Si** $f(x)$ $\boldsymbol{es\ una\ función\ convexa} \Rightarrow Im(f) = (-\infty; y_v]$

**Adjunto los siguientes links de funciones cuadráticas, que servirán de ayuda para realizar las actividades.**

https://youtu.be/IuBn42uLjLs https://youtu.be/J3qQWvxqFI4

**EJEMPLO**

Estudiemos analíticamente la siguiente función cuadrática escrita en forma polinómica: f(x) =$-2x^2+8x-6$
Veamos la información que brinda la fórmula sobre la gráfica:

$a=-2 \quad b=8 \quad c=-6$

- $a$ = –2 ($a$ < 0), entonces la parábola es convexa. Es decir, tiene las ramas hacia abajo.
- Las raíces son $x_{1=}1$ = 1 y $x_2=3$
- $x_{1;2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad$ *entonces reemplazo en la fórmula*

$$x_{1;2}=\frac{-8\pm\sqrt{(8)^2-4\ .\ (-2)\ .\ (-6\ )}}{2\ .\ (-2)}=\frac{-8\pm\sqrt{64-48}}{-4}=\frac{-8\pm\sqrt{16}}{-4}=\frac{-8\ \pm\ 4}{-4}=$$

$$x_1=\frac{-8+4}{-4}=1$$

$$x_2=\frac{-8-4}{-4}=3$$

- Para calcular la coordenada" **x"** del vértice basta con calcular el punto medio entre las raíces.
  $x_v=\frac{x_1+x_2}{2}$ entonces $x_v=\frac{1+3}{4}=2$

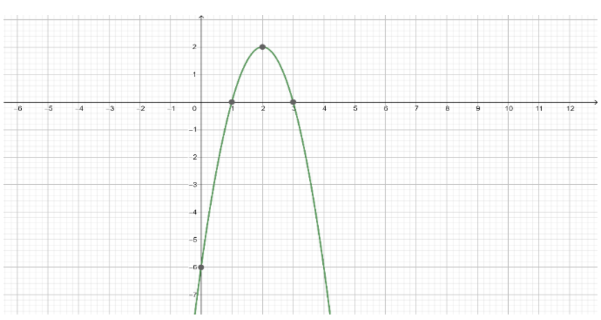
  Luego, calculamos la coordenada **"y"** del vértice evaluando la función e**n** $\boldsymbol{x_v}$, es decir, en :

  $y_v=-2.2^2+8.2-6=2$

  $(x_v;y_v)=(2;2)$

- Eje de simetría
  $x=x_v\Rightarrow x=2$
- Calculamos la ordenada al origen evaluando la función en 0: $f(0)=-2.0^2+8.0-6$= –6
- Dominio e imagen
  $Dm\ f=\mathbb{R}$ $\qquad$ $\boldsymbol{f(x)\ \ es\ una\ función\ convexa\ \Rightarrow Im(f)}=(-\infty;\ \mathbf{2}]$

**Gráfica de la función $\boldsymbol{f(x)=-2x^2+8x-6}$**



1)Dadas las siguientes fórmulas, determinen cuáles representan funciones cuadráticas. ¿Cómo las reconocen?

a) $f(x)=3x+7$
b) $g(x)=2(x-1)^2+9$
c) $h(x)=5x^3+2x$
d) $i(x)=2x^2-5x$
e) $j(x)=-6x$
f) $k(x)=-x(x+2)$

2) Encuentren los elementos característicos de las siguientes parábolas y representen gráficamente.
Determinen domino, imagen, conjunto de positividad y negatividad, crecimiento y decrecimiento.
   a) $y=x^2+x-6$
   b) $y=x^2-2x-3$
   c) $y=x^2-1$

3) Planteen y resuelvan los siguientes problemas.
La función $A(t)=-3t^2+12t$ describe la altura A en milímetros alcanzados por un grillo a los "t" segundos de realizado un salto.
   a) ¿Qué altura alcanza el grillo en el primer segundo?
   b) ¿Qué altura alcanza el grillo a los 3 segundos?
   c) ¿Cuánto tiempo tarda el grillo en alcanzar su altura máxima?
   d) ¿Cuál es la máxima altura que alcanza el grillo?
   e) ¿Cuánto tiempo alcanza el grillo en volver a tocar el suelo?

4) La ganancia, en pesos ($), percibida en una empresa al vender x productos, está dada por la formula
G(x) = $-\frac{8}{5}x^2+8000x$
   a) Hallen la cantidad de productos que hay que vender para obtener la Máxima ganancia y calculen la misma.
   b) Calculen a partir de la venta de cuantos productos comienza a ver perdida.