Análisis Matemático 5º año

¡Hola chicos! como están, espero que bien. Les doy la última actividad antes del receso, para que la envíen después del mismo. Quiero felicitar a aquellos alumnos que han realizado muchísimo esfuerzo realizando las actividades a lo largo de éste período y a los que no han podido hacer nada, decirles que todavía están a tiempo de entregar dichas actividades. Ante cualquier duda, pueden consultarme por classroom o vía mail. Por último, quiero desearles un buen receso a pesar de todo lo que nos acontece y mandarles un saludo grande. Hasta pronto.

FUNCION POLINÓMICA

Una **función polinómica** es una función de la forma:

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$ con $\boldsymbol{n}$ un número natural y $(a_n; a_{n-1}; \dots; a_2; a_1; a_0)$ son números reales.

- $\boldsymbol{n}$ es el grado de la función.
- El dominio de las funciones polinómicas es $\mathbb{R}$ $(reales)$.
- Las funciones polinómicas son continuas.

Ejemplos:

$$f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 4x + 7 \qquad f(x) = x^6 - 3x^4 + x \qquad h(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + 8x - 2$$

Para realizar la gráfica de una función polinómica es conveniente seguir los siguientes pasos:

- Factorizarla (cuando sea posible) y determinar las **raíces**, es decir, expresarla de la forma:

  $\boldsymbol{f(x) = a_n(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)}$ **siendo** $[\boldsymbol{x_1}; \boldsymbol{x_2}; \dots; \boldsymbol{x_n}]$ **las raíces reales de** $\boldsymbol{f(x)}$.
- Indicar el **orden de multiplicidad** de cada una de las raíces y definir el comportamiento de la gráfica: si la raíz es par, la gráfica rebota en el eje **X** y si es impar, la gráfica atraviesa el eje **X. La multiplicidad de la raíz** $\boldsymbol{x_k}$ **es la cantidad de veces que el factor** $(\boldsymbol{x - x_k})$ $\boldsymbol{aparece\ en\ la\ expresión\ factorizada}$.
- Encontrar la **ordenada al origen** $\boldsymbol{f(0) = y}$. Es el término independiente del polinomio.
- Hallar el **conjunto de positividad** C^+ y el **conjunto de negatividad** C^- de la función. El conjunto C^+ está formado por todos los valores del dominio para los cuales la función es positiva y el conjunto C^-, por los valores del dominio para los cuales la función es negativa.
- También podrán hace una tabla de valores, si les sirve de ayuda, para realizar la gráfica.
-

  Ejemplo:
  Gráfica de la siguiente función polinómica.
  $f(x) = 2x^3 - 6x - 4$
  $\boldsymbol{f(x)}$ $\boldsymbol{es\ de\ grado\ 3}$ **por lo tanto, tiene tres raíces.**

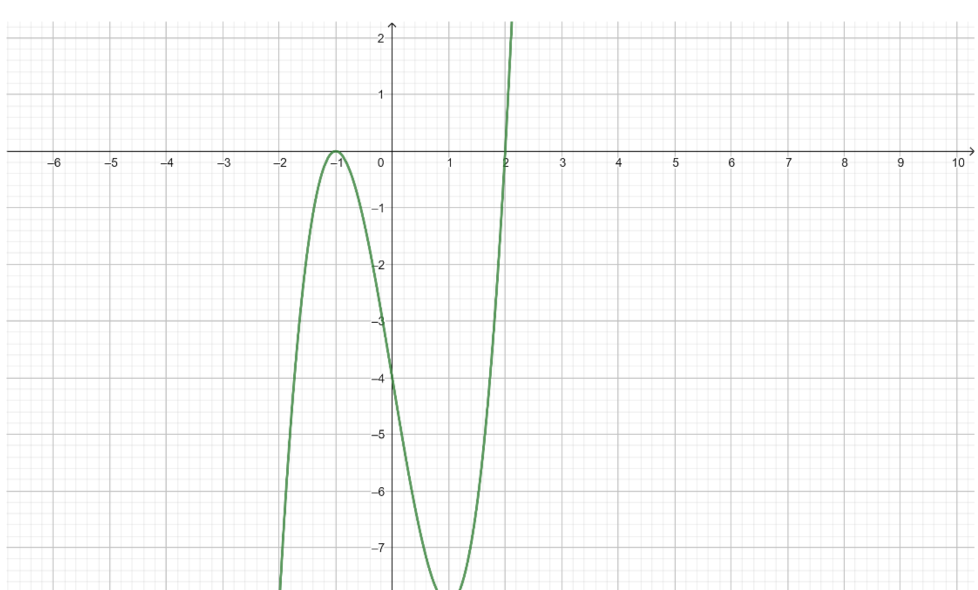
  Mediante el Teorema de Gauss **factorizamos** la expresión polinómica que se encuentra en el segundo miembro, quedando:

  $f(x) = 2.(x + 1)^2.(x - 2)$

  Raíces y orden de multiplicidad
  $\boldsymbol{x_1 = -1\ raíz\ y\ orden\ de\ multiplicidad: doble \longrightarrow la\ gráfica\ rebota\ en\ el\ eje\ X}$
  $\boldsymbol{x_2 = 2\ raíz\ y\ orden\ de\ multiplicidad: simple \longrightarrow la\ gráfica\ atraviesa\ al\ eje\ X}$

  Ordenada al origen
  $\boldsymbol{f(0) = -4}$

  $\boldsymbol{C^+ = (-\infty; -1) \cup (-1; 2)}$
  $\boldsymbol{C^- = (2; +\infty)}$



1) Mirar los siguientes enlaces: Función polinómica.
https://youtu.be/o1K_NW35lII
https://youtu.be/zVLJYNYU4Fs

2) Indicar, de las siguientes funciones polinómicas, el grado, las raíces y el orden de multiplicidad.

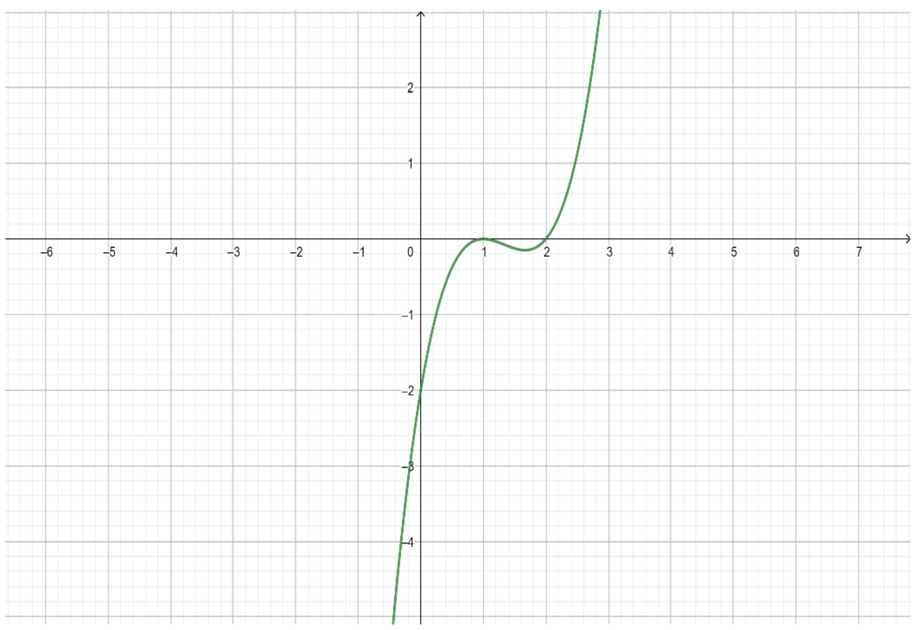
a) $f(x) = -2.(x+1).(x-2).(x-6)$

b) $g(x) = x^3.(x-5)$

c) $h(x) = 2.(x+4)^{2.}(x-3)$

3) Escribir los intervalos de positividad C^+ y de negatividad C^- de la siguiente función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

a)



4) Graficar las siguientes funciones e indique las raíces y su orden de multiplicidad, la ordenada al origen y los intervalos de positividad y de negatividad.

a) $g(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$

b) $h(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

c) $f(x) = -2(x+1)^2.(x-2)$

d) $i(x) = (x+2)^2.(x-1)$