

¡Hola chicos ¡¿cómo están?, espero que bien. Envío actividad Nº 7.
 Sigo recibiendo actividades anteriores.
 Cualquier duda se comunican conmigo por classroom o por mail.

Función exponencial

La Hidra era un monstruo con 1 cabeza, pero si se le cortaba, le nacían 2 cabezas en su lugar. Si un héroe intentaba vencerla cortándole todas sus cabezas cada día, ¿cuántas cabezas tendría la Hidra el tercer día? ¿Y al cabo de 10 días intentando vencerla? ¿Existe alguna expresión que permita calcular la cantidad de cabezas en función de la cantidad de días?

Cantidad de días d	0	1	2	3	10	d
Cantidad de cabezas $C(d)$	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$1024 = 2^{10}$	2^d

La expresión que permite calcular la cantidad de cabezas de la Hidra es:

$$C(d) = 2^d$$

Toda expresión de la forma: $f(x) = a^x$ $a > 0 \wedge a \neq 1$

$$f(x) = k \cdot a^x \quad k \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = k \cdot a^x + b$$

se denomina función exponencial, en la cual la variable independiente "x" actúa como exponente.

El **dominio** de una función exponencial son los números reales.

$$Dom f = \mathbb{R}$$

La base "a" es un número positivo y distinto de uno.

Si $a > 1$ la función es creciente.

Si $0 < a < 1$ la función es decreciente.

El parámetro b, de la fórmula $f(x) = k \cdot a^x + b$,

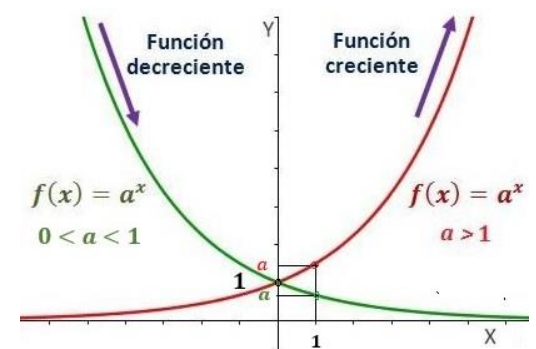
indica el desplazamiento vertical que sufre la función $f(x) = k \cdot a^x$.

Si $b > 0$ la función se desplaza b lugares hacia arriba.

Si $b < 0$ la función se desplaza b lugares hacia abajo.

La función exponencial es una curva continua y se caracteriza por ser toda creciente o toda decreciente.

<https://youtu.be/YfrWZxOR6Pk>



Ejemplo 1:

$$f(x) = 2^x$$

La grafica de la función exponencial es la siguiente:

$$x \quad f(x) = 2^x$$

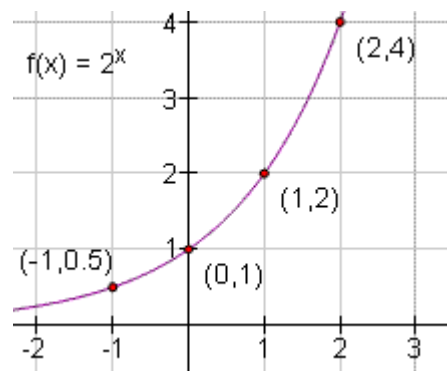
$$-2 \quad 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$-1 \quad 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$0 \quad 2^0 = 1$$

$$1 \quad 2^1 = 2$$

$$2 \quad 2^2 = 4$$



La función $f(x) = 2^x$ **está definida para todos los números reales**, significa que x puede ser cualquier número.

$Domf = \mathbb{R}$ $c^+ = (-\infty; +\infty)$ **Asíntota: $y = 0$ (eje x)**

$Imf = \mathbb{R}^+$ $c^- = \emptyset$ **Función creciente Ordenada al origen: $y = 1$**

Se llama asíntota de la gráfica de una función, a una recta que, prolongada indefinidamente se acerca a la curva sin llegar nunca a encontrarla.

La grafica tiene una **asíntota horizontal** en $y = 0$ (eje x)

El gráfico de la función $f(x) = 2^x$ corta al eje y en el punto de coordenadas $(0;1)$, el gráfico corta al eje x cuando la $x=0$ y la $y=1$, tenemos que $f(0) = 2^0 = 1$

Ejemplo 2:

$$x \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$$

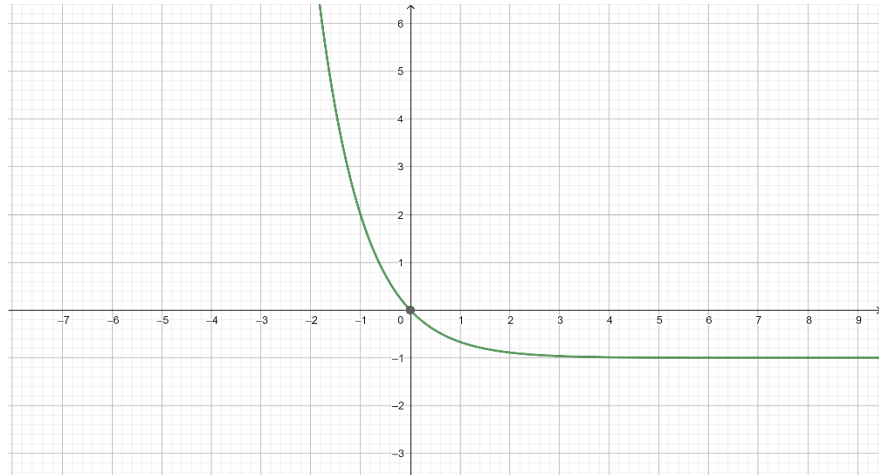
-2 8

-1 2

0 -1

1 $-\frac{2}{3}$

2 $-\frac{7}{8}$



$Domf = \mathbb{R}$ $c^+ = (-\infty; 0)$ **Asíntota: $y = -1$**

$Imf = (-1; +\infty)$ $c^- = (0; +\infty)$ **Función Decreciente**

Ordenada al origen: $y = 0$

e es un número real muy importante!, es un número irracional. Tiene su propia tecla en la calculadora y su valor (con sus primeras cifras decimales) es el siguiente: **$e \cong 2,718$**

1) Realizar tabla de valores y representar gráficamente las siguientes funciones exponenciales.

Determinar dominio, imagen, ordenada al origen, ecuación de la asíntota, conjunto de positividad y negatividad de las siguientes funciones.

a) $f(x) = 2 \cdot 3^x$

b) $f(x) = 3^x - 2$

c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

d) $f(x) = 2^x - 1$

e)

$e \cong 2,718$

2) El número de bacterias en un cultivo está dado por la siguiente formula:

$$B(t) = 500 \cdot e^{0,45t}$$
 en donde t se mide en días.

a) ¿Cuál es el numero inicial de bacterias?

b) ¿Cuántas bacterias hay en el cultivo después de tres horas?

c) ¿Después de cuántas horas será 10.000 en número de bacterias?

3) La fórmula para la masa de una sustancia radioactiva está dada por:

$$M(T) = 300 \cdot e^{-0,00495t}$$

a) ¿Cuál es el valor inicial de la masa?

b) ¿Cuánta masa quedará al cabo de un año?

c) ¿Cuántos días serán necesarios para obtener una masa de 200 mg?

4) En una cena se sirve un tazón de sopa caliente. Empieza a enfriarse de acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton de forma que su temperatura en el tiempo " t " está dada por:

$$T(t) = 65 + 145 \cdot e^{-0,05t}$$
 Donde " t " se mide en minutos y en ° F.

a) ¿Cuál es la temperatura inicial de la sopa?

b) ¿Cuál es la temperatura después de 10 minutos?

c) ¿Después de cuánto tiempo llegará la temperatura a los 100° F?

