RADICALES

EJEMPLO 1

$\sqrt{8} =$ factorizamos el $8 = 2^3$

8	2
4	2
2	2
1	

Podemos expresar 8 como una potencia $8 = 2^3$

$\sqrt{8} = \sqrt{2^3}$ Descomponemos 2^3 en un producto de potencias de igual base $2^3 = 2^2.2$

$\sqrt{8} = \sqrt{2^2.2}$ Aplicamos la propiedad distributiva y simplificamos el índice con el

$\sqrt{8} = \sqrt{2^2}.\sqrt{2}$ exponente en el primer radical.

$\sqrt{8} = 2.\sqrt{2}$ Hemos extraído el factor 2

1) Calcular
   a) $\sqrt{50}$ d) $\sqrt{108}$
   b) $\sqrt[3]{81}$ e) $\sqrt{220}$
   c) $\sqrt[5]{128}$ f) $\sqrt[4]{800}$

EXTRACCIÓN DE FACTORES FUERA DEL RADICAL.

EJEMPLO 2

$\sqrt[3]{8.a^{14}} = \sqrt[3]{2^3.a^{12}.a^2}$ $a^{14} = a^{12}.a^2$

$= \sqrt[3]{2^3}.\sqrt[3]{a^{12}}.\sqrt[3]{a^2}$ Simplificamos índice y exponente en el primeo y segundo

$= 2.a^4.\sqrt[3]{a^2}$ radical.

2) Extraer todos los factores posibles.
   a) $\sqrt[3]{16.b^4.c}$
   b) $\sqrt{a^2.b^5.c}$
   c) $\sqrt[3]{162.a^7.b^{15}}$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE RADICALES

3) Resolver las siguientes operaciones con radicales.
   a) $3\sqrt{2} + \frac{5}{4}\sqrt{2} =$
   b) $5\sqrt{3} + 11\sqrt{3} - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} =$
   c) $\sqrt{50} - \sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{54 \div 3} =$
   d) $\sqrt{9} + \sqrt{3} + \sqrt{27} + \sqrt{81} =$
   e) $2\sqrt[3]{81} - 4\sqrt[3]{24} =$
   f) $5\sqrt{150} - 4\sqrt{6} + \sqrt{216} =$

MULTIPLICACIÓN DE RADICALES

4) Resolver las siguientes multiplicaciones.
   a) $\sqrt{2}.\sqrt{8} =$
   b) $\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[3]{ab^2} =$
   c) $\sqrt[4]{a^3x}.\sqrt[4]{ax^3} =$

DIVISIÓN DE RADICALES

Debemos transformar el denominador **irracional** en un número **racional**, la operación que nos permite hacer esto se denomina **racionalización del denominador**.
La operación nos va a permitir eliminar la raíz del denominador.

EJEMPLO 1

Cuando aparece una raíz cuadrada en el denominador, se puede eliminar si se multiplica al numerador y al denominador por dicha raíz.

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2.2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

EJEMPLO 2

$$\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} =$$

¿Cuál es ahora la expresión por la cual conviene multiplicar?
Debemos multiplicar por una expresión tal que, en el resultado aparezcan ambos radicales elevados al cuadrado para poder simplificar.
Nos apoyamos en la propiedad:

$$(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$$

En consecuencia, conviene multiplicar dividendo y divisor por $(\sqrt{3}-\sqrt{5})$, pues en el divisor figura la suma $(\sqrt{3}+\sqrt{5})$

$$\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{2}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})} \cdot \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{3-5} = \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{-2}$$
$$= -(\sqrt{3}-\sqrt{5})$$

EJEMPLO 3

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{1}{(2-\sqrt{3})} \cdot \frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

5) Resolver las siguientes divisiones racionalizando los denominadores.
   a) $\frac{2}{\sqrt{2}} =$
   b) $\frac{-5}{\sqrt{5}} =$
   c) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$
   d) $\frac{9}{\sqrt{11}-\sqrt{2}} =$
   e) $\frac{2.\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$