NOCIÓN INTUITIVA DE LÍMITE

LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

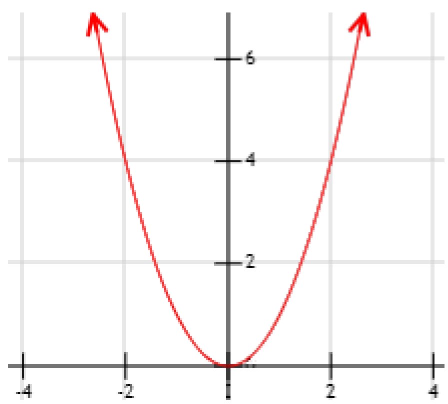
1) Dada la función $f(x) = x^2$, en donde su dominio son todos los números reales, realizaremos su gráfica y completaremos la siguiente tabla de valores.

x	$f(x)$=x^2
1,9	
1,99	
1,999	
2	
2,001	
2,02	
2,1	

Lo que se intenta saber es el comportamiento de la función, es decir de "y" cuando le damos a "x" valores próximos a 2, tanto por izquierda como por derecha.

La gráfica y la tabla de valores de la siguiente función son:

x	$f(x)$=x^2
1,9	3,61
1,99	3,9601
1,999	3,996001
2	4
2,001	4,004001
2,02	4,0401
2,1	4,41



Como podemos observar en el gráfico y en la tabla de valores, se tiene que:

- Cuando los valores de x se aproximan a 2 "por la derecha", la función $f(x)\ se\ aproxima\ a\ 4$.
  Decimos entonces que "el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 2 por derecha es 4" y lo simbolizamos de la siguiente manera: $\lim\limits_{x \to 2^+} x^2 = 4$
- Cuando los valores de x se aproximan a 2 "por la izquierda", la función $f(x)\ se\ aproxima\ a\ 4$.
  Decimos entonces que "el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 2 por izquierda es 4" y lo simbolizamos de la siguiente manera: $\lim\limits_{x \to 2^-} x^2 = 4$

Se denomina límites laterales a los límites por derecha y por izquierda.

Límite lateral por izquierda $\lim_{x \to 2^-} x^2 = 4$

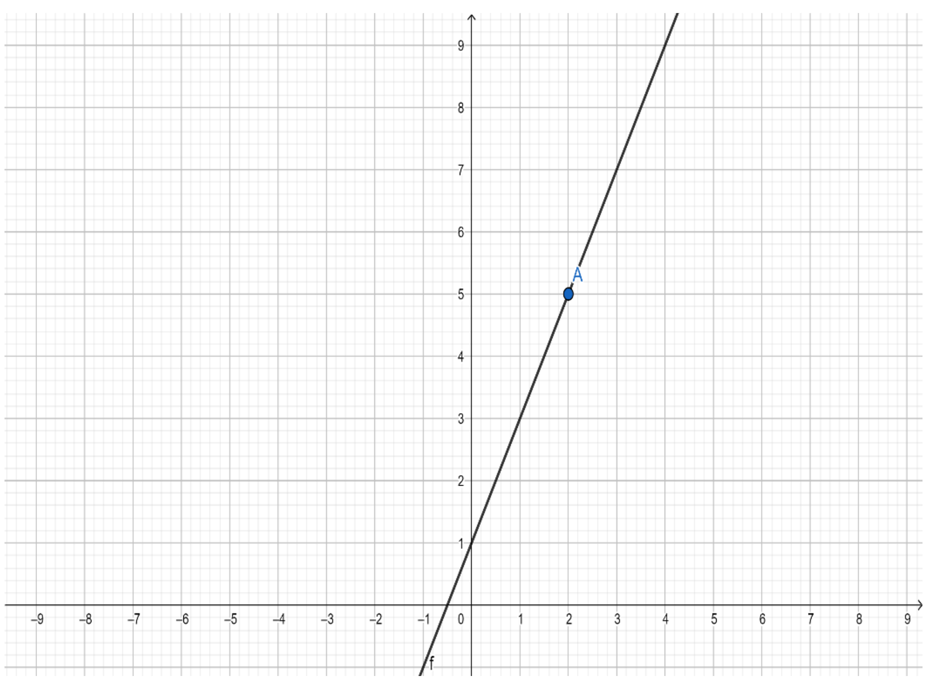
Límite lateral por derecha $\lim_{x \to 2^+} x^2 = 4$

Como los laterales son iguales, entonces el $\lim_{x \to 2} x^2 = 4$ y existe.

Entonces decimos que el límite de "x" tendiendo a 2 de la función es 4, pues los limites laterales son iguales y lo simbolizamos de la siguiente manera: $\lim_{x \to 2} x^2 = 4$

Es importante para que exista el límite de $f(x)$cuando x tiende a un valor "a", que los límites por izquierda y por derecha coincidan. Estos límites reciben el nombre de **límites laterales.**

2) Dada la función $f(x) = 2x + 1$ en donde su dominio es $\mathbb{R} - \{2\}$ (el punto de abscisa 2 no pertenece al gráfico de la función), realizaremos su gráfica y completaremos la siguiente tabla de valores.
   Veremos que sucede con dicha función, cuando le damos a "x" valores muy próximos a 2 por derecha y por izquierda.



x	$f(x)$=2x+1
1,9	4,8
1,99	4,98
1,999	4,998
2	
2,001	5,002
2,02	5,04
2,1	5,2

Observamos que los límites laterales son iguales cuando le damos a "x" valores próximos a 2, tanto por derecha como por izquierda (sin importar que sucede en$x = 2$) y que la función tiende a aproximarse a 5. Entonces decimos que el límite de la función $f(x)$=2x+1 cuando "x" tiende a 2 existe y 5 .

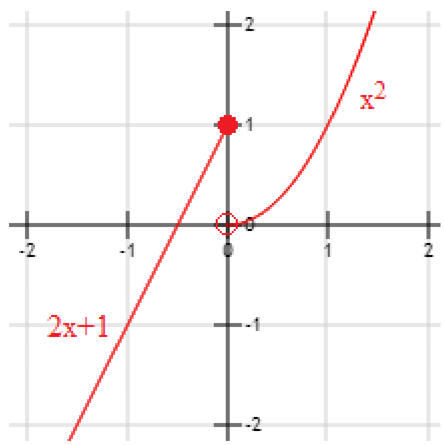
$\lim_{x \to 2^-} (2x + 1) = 5$

$\lim_{x \to 2^+} (2x + 1) = 5$

$\lim_{x \to 2} (2x + 1) = 5$

3) Dada la siguiente función $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$, en donde el dominio son todos los reales, determinar si existe el $\lim_{x \to 0} f(x)$

Para ello, realizaremos una gráfica y una tabla de valores.



x	$f(x) = 2x + 1$
-0,1	0,8
-0,01	0,98
-0,001	0.998

x	$f(x) = x^2$
0,1	0,01
0,01	0,0001
0,001	0.000001

De acuerdo al gráfico y a las tablas de valores, tenemos:

$\lim_{x \to 0^-} 2x + 1 = 1$

$\lim_{x \to 0^+} x^2 = 0$

$\lim_{x \to 0} f(x), \textit{no existe}.$

Como los límites laterales son distintos, entonces el $\lim_{x \to 0} f(x), \textit{no existe}.$

1. Mirar los siguientes enlaces sobre introducción al límite.

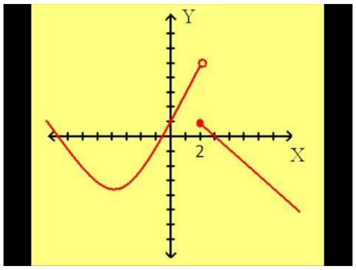
   https://youtu.be/voeUOct5VjY

   https://youtu.be/o2UTk8bsLS0

2. Responder a las siguientes preguntas realizando previamente gráfica y tabla de valores de las siguientes funciones, como en los ejemplos dados.

a) ¿Cuál es el límite de $f(x) = 2x^2 + 1$cuando x tiende a 2?
b) ¿Cuál es el límite de $f(x) = x^2 - 4$ cuando x tiende a 3?
c) ¿Cuál es el límite de $f(x) = 2^x$ cuando $x$tiende a 1?

3. A partir de la información guardada por el gráfico de $f(x)$ completar.



$\lim_{x \to 2^+} f(x) =$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) =$

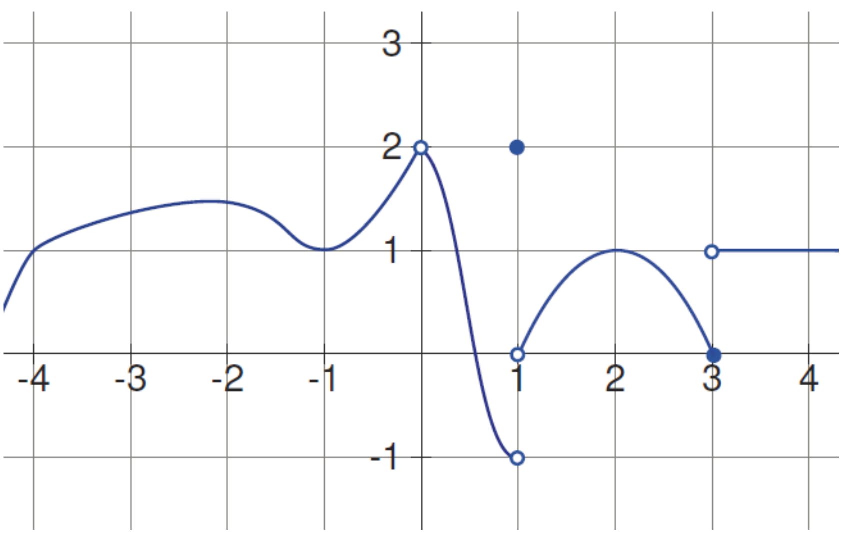
$\lim_{x \to 2} f(x) =$

4. A partir de la información guardada por el gráfico de $f(x)$ completar e indicar si el límite existe en los puntos indicados.

$\lim_{x \to 2^+} f(x) =$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) =$

$\lim_{x \to 2} f(x) =$



$\lim_{x \to 3^+} f(x) =$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) =$

$\lim_{x \to 3} f(x) =$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) =$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) =$

$\lim_{x \to 0} f(x) =$