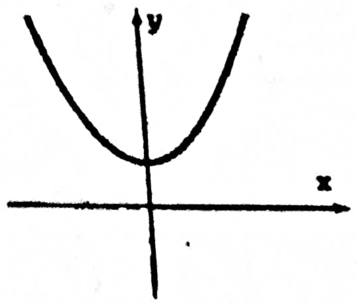
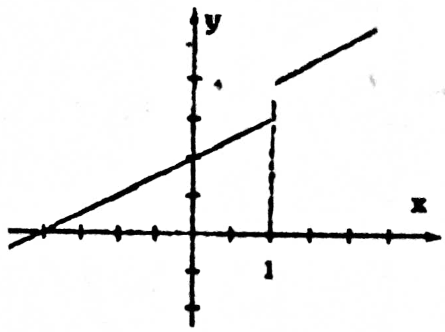
CONTINUIDAD

Intuitivamente podemos decir que una función es continua, si su gráfica puede obtenerse *de un solo trazo.* Así, una función como la representada en la figura de la izquierda es continua, *mientras que la función* representada en la figura de la derecha no lo es, pues su gráfica *se interrumpe al producirse un "salto" en* los valores de la función.





Más precisamente, decimos que:

f es continua en x = a, si

1°) Existe $L = \lim_{x \to a} f(x)$ $\quad (L \in R)$

2°) Existe $f(a) \in R$

3°) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

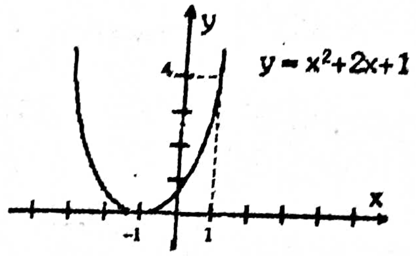
Ejemplo 1: Estudiaremos la continuidad de $f(x) = x^2 + 2x + 1$ en *x = 1*

1) $\lim_{x \to 1} \left(x^2 + 2x + 1\right) =$

2) $f(1) =$

3) $\lim_{x \to 1} (x)$............$f(1)$

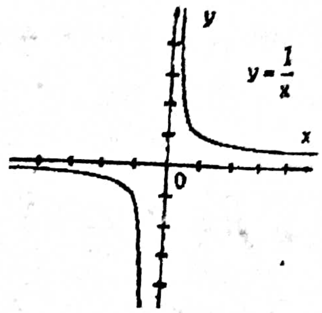
Luego, *f(x)* es .... en *x = 1*



Ejemplo 2: Estudiaremos la continuidad de $f(x) = \dfrac{1}{x}$ en *x = 0*

Como $\lim_{x \to 0} \dfrac{1}{x} = \infty$, entonces no existe L ∈ R tal que $\lim_{x \to 0} f(x) = L$

Luego *f(x)* es .... en *x = 0* pues no se cumple la .... condición de continuidad.

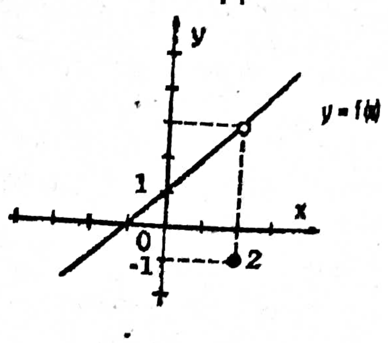


Ejemplo 3: Estudiaremos la continuidad de *f* en *x = 2*, siendo

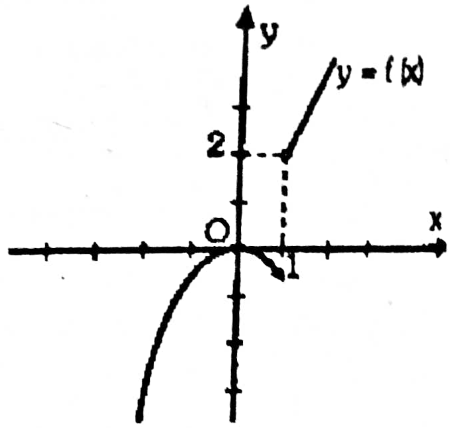
$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & si\ x \neq 2 \\ -1 & si\ x = 2 \end{cases}$$

1) $\lim_{x \to 2} f(x) =$ 2) $f(2) =$ 3) $\lim_{x \to 2} f(x)$............$f(2)$

luego, *f(x)* es .... en *x = 2* pues no se cumple la .... condición de continuidad.



Ejemplo 4: Estudiaremos la continuidad de f en x = 1, siendo



$$f(x)=\begin{cases}2x & si \;\; x>1\\ -x^2 & si \;\; x\leq 1\end{cases}$$

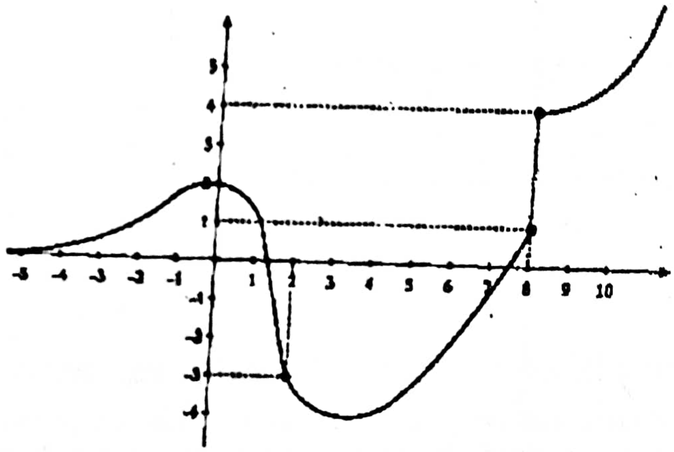
Observemos que no existe $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$,

pues: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=$ y $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=$

Luego, *f* es .... en *x = 1*, pues no se cumple la .... condición de continuidad. En cambio para los demás valores de su dominio es continua.

Trabajo Práctico

ercicio Nº 1: Analizar la continuidad de la ción graficada en los puntos indicados:



a) x = 0

b) x = 2

c) x = 8

icio Nº 2: Responde V o F. Justificar.

$(x)=\dfrac{1}{x-3}$ es continua en x = 3

b) $f(x)=\dfrac{4}{x^2}$ es continua en x = 2

$(x)=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ es continua en x = -1

icio Nº 3: Determinar puntos de discontinuidad de las siguientes funciones:

$(x)=\dfrac{x+1}{x^2+x}$

b) $f(x)=\dfrac{3x-3}{1+x}$

c) $f(x)=\dfrac{2}{4x^2-4}$

$(x)=\dfrac{x^2+5x+6}{x+2}$

e) $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x-1}$

4

cicio Nº 5: Determinar si cada una de las siguientes funciones es continua en el punto x_0 indicado en a caso.

$f(x)=\begin{cases}2x+1 & si \;\; x<1\\ x+2 & si \;\; x\geq 1\end{cases}$, $x_0=1$

b) $f(x)=\begin{cases}x-4 & si \;\; x<0\\ x^2-4 & si \;\; x>0\end{cases}$, $x_0=0$

$)=\begin{cases}x^2+x & si \;\; x<2\\ \dfrac{2}{x+1} & si \;\; x\geq 2\end{cases}$, $x_0=2$

d) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-25}{x-5} & si \;\; x\neq 5\\ 10 & si \;\; x=5\end{cases}$, $x_0=5$