

Matemática 4º año

¡Hola chicos! como están, espero que bien. Les doy la última actividad antes del receso, para que la envíen después del mismo. Quiero felicitar a aquellos alumnos que han realizado muchísimo esfuerzo realizando las actividades a lo largo de éste período y a los que no han podido hacer nada, decirles que todavía están a tiempo de entregar dichas actividades. Ante cualquier duda, pueden consultarme por classroom o vía mail. Por último, quiero desearles un buen receso a pesar de todo lo que nos acontece y mandarles un saludo grande. Hasta pronto.

Trabajo Práctico: Multiplicación y división de polinomios

Multiplicación de polinomios

Para multiplicar dos polinomios, se debe tener en cuenta algunas propiedades.

$$a(b + c + d) = a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d \rightarrow \text{Distributividad de la multiplicación}$$

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m} \rightarrow \text{Producto de potencias de igual base}$$

La multiplicación de dos polinomios es otro polinomio que se obtiene multiplicando cada término de uno de los polinomios por cada término del otro.

$$3x^2 \cdot (-5x^3) = -15x^5$$

$$\begin{aligned} 3x^2 \cdot (5x^3 - 2x^2 + 4x - 9) &= 3x^2 \cdot 5x^3 - 3x^2 \cdot 2x^2 + 3x^2 \cdot 4x - 3x^2 \cdot 9 \\ &= 15x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 27x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2x - 3x^3) \cdot (-4x^2 + 5) &= 2x \cdot (-4x^2) + 2x \cdot 5 - 3x^3 \cdot (-4x^2) - 3x^3 \cdot 5 \\ &= -8x^3 + 10x + 12x^5 - 15x^3 \\ &= 12x^5 - 23x^3 + 10x \end{aligned}$$

1) Resolver mentalmente los siguientes productos.

- a) $4x^2 \cdot 5x =$
- b) $-3x^4 \cdot 6x^3 =$
- c) $2x^3 \cdot (-7x^5) =$

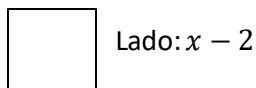
2) Realizar las siguientes multiplicaciones.

- a) $2x \cdot (3x - 7x^2 + 4) =$
- b) $(3x - 1) \cdot (x + 2) =$
- c) $(x^2 + 3x) \cdot (5x - 4) =$
- d) $(x^2 + 2x) \cdot (5 - x) =$
- e) $(x + 1) \cdot (x - 1) =$
- f) $(-4x + x^3) \cdot (-x^2 + 2 - x) =$

Respuestas: a) $6x^2 - 14x^3 + 8x$ b) $3x^2 + 5x - 2$ c) $5x^3 + 11x^2 - 12x$

d) $-x + 3x^2 + 10x$ e) $x^2 - 1$ f) $-x^5 - x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 8x$

3) Hallar la expresión algebraica pedida para el siguiente cuadrado.



Hallar perímetro y área.

Respuesta: Perímetro = $4x - 8$ Área = $x^2 - 4x + 4$

Mirar los siguientes enlaces: Multiplicación de expresiones algebraicas.

<https://youtu.be/WoHBPvFC4Cs>

https://youtu.be/hHpYgZ6e_s

<https://youtu.be/6-1NJt3-ITg>

División de polinomios

$$\begin{array}{r}
 P(x) \overline{) Q(x)} \\
 \hline
 R(x) \quad C(x)
 \end{array}
 \quad \frac{D}{d} \Rightarrow D = d \cdot C + R \quad P(x): \text{dividendo}, Q(x): \text{divisor}, C(x): \text{cociente}, R(x): \text{resto}$$

$$P(x) = C(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Mirar los siguientes enlaces: División de polinomios mediante la Regla de Ruffini y Teorema del Resto.

<https://youtu.be/5CDZEfaU0Kg>

<https://youtu.be/LTDXp8okBdk>

La **REGLA DE RUFFINI** se utiliza para dividir un polinomio por otro de la forma $(x \pm a)$.

Se utiliza para calcular los coeficientes del cociente de una división de un polinomio $P(x)$ por otro de la forma $(x \pm a)$

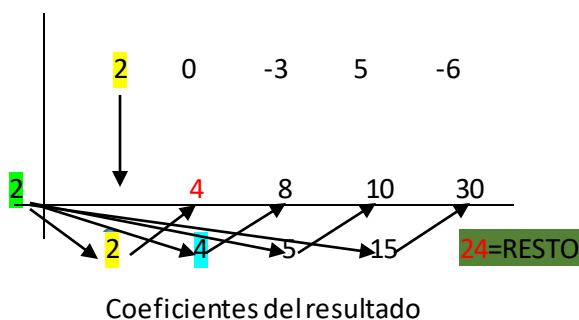
Ejemplo de cómo dividir un polinomio $P(x)$ por otro de la forma $(x \pm a)$, utilizando la regla de Ruffini.

Recordar que: los coeficientes del polinomio dividendo deben estar ordenados en forma decreciente y completo.

$$(2x^4 - 3x^2 + 5x - 6) : (x - 2) =$$

Completo el polinomio dividendo con el término que le falta.

$$(2x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 5x - 6) : (x - 2) =$$



- En la primera fila se escriben los coeficientes del dividendo completo y ordenados.
- En la segunda fila, a la izquierda se escribe el opuesto del número que se encuentra en el divisor.
- En la tercera fila se escriben los coeficientes que se van obteniendo.

El primer coeficiente del cociente es 2

$$2 \cdot 2 = 4 \text{ Se escribe debajo de } 0 \text{ y se suma } 0 + 4 = 4$$

El segundo coeficiente del cociente es 4

$$2 \cdot 4 = 8 \text{ Se escribe debajo de } -3 \text{ y se suma } -3 + 8 = 5$$

El tercer coeficiente del cociente es 5

$$2 \cdot 5 = 10 \text{ Se escribe debajo de } 5 \text{ y se suma } 5 + 10 = 15$$

El cuarto coeficiente del cociente es 15

$$2 \cdot 15 = 30 \text{ Se escribe debajo de } -6 \text{ y se suma } -6 + 30 = 24$$

El resto es $R = 24$

El resultado de la división es de un grado menor que el dividendo.

El cociente es: $C = 2x^3 + 4x^2 + 5x + 15$

$$(2x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 5x - 6) : (x - 2) = 2x^3 + 4x^2 + 5x + 15$$

4) Resuelva las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini.

a) $(-2x^2 + 7x - 3) \div (x - 3) =$

b) $(x^4 - x^3 + x^2 - x + 3) \div (x - 2) =$

c) $(x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \div (x + 2) =$

d) $(3x^3 - 12x^2 - 9x + 1) \div (x - 5) =$

Respuestas: a) $C(x) = -2x + 1$ Resto = 0 b) $C(x) = x^3 + x^2 + 3x + 5$ Resto = 13

c) $C(x) = x^2 - 2$ Resto = -3 d) $C(x) = 3x^2 + 3x + 6$ Resto = 31

EL TEOREMA DEL RESTO, se utiliza para calcular el resto, sin tener que realizar la división.

Cuando un polinomio se divide por otro de la forma $(x \pm a)$, el resto es el valor del polinomio en $x = a$. **Es decir debemos reemplazar en el polinomio a x por el opuesto de a .**

Dados los polinomios $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5x - 6$; $Q(x) = x - 2$, deseamos obtener el resto de la división $\frac{P(x)}{Q(x)}$, para ello utilizamos el Teorema del Resto, reemplazando $x = 2$ en $P(x)$.

$P(2) = 2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 = 24$ En consecuencia, podemos afirmar que el resto de la división es 24.

5) Aplique el Teorema del Resto, en los valores indicados.

a) $P(x) = 7x^2 + 12x + 5$ en $x = (-1)$

b) $P(x) = 2x^2 + 9x + 1$ en $x = \frac{1}{2}$

c) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 7x + 6$ en $x = 2$

d) $P(x) = x^3 - \frac{1}{64}$ en $x = \frac{1}{4}$